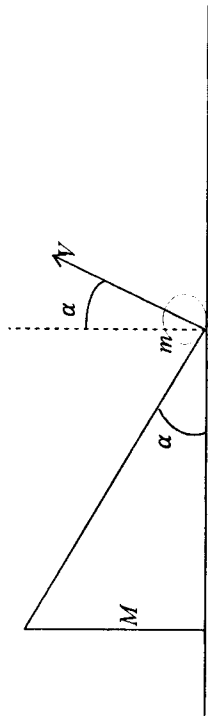


Решение

1. Поскольку трения нет, то во время столкновения шара с клином на шар со стороны клина действует сила, перпендикулярная поверхности клина, т.е. шар приобретает скорость под углом к вертикали (см. рис.). (1 балл)



Найдем скорости шара V и клина v' после столкновения, для чего запишем закон сохранения энергии и закон сохранения импульса в проекции на ось x

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{mv'^2}{2} + \frac{Mv'^2}{2} \quad (1)$$

$$Mv = mV \sin \alpha + Mv' \quad (2)$$

Из (2) находим $v' = v - \frac{m}{M} V \sin \alpha$.

Подставляя это выражение в (1), получаем

$$V = \frac{2v \sin \alpha}{1 + \frac{m}{M} \sin^2 \alpha}$$

Зная скорость шара, определяем скорость клина, используя ранее полученное выражение

$$v' = v \left(\frac{1 - \frac{m}{M} \sin^2 \alpha}{1 + \frac{m}{M} \sin^2 \alpha} \right)$$

Найдем составляющие U_x и U_y скорости шара относительно клина:

$$U_y = V_y = V \cos \alpha = \frac{2v \sin \alpha \cos \alpha}{1 + \frac{m}{M} \sin^2 \alpha},$$

$$U_x = V_x - v' = v \frac{(2 + \frac{m}{M}) \sin^2 \alpha - 1}{1 + \frac{m}{M} \sin^2 \alpha}.$$

При $M = \frac{m}{2}$ и $\sin \alpha = \frac{1}{2}$ скорость $U_x = 0$, т.е. шар относительно клина движется вертикально вверх.

Искомое время $t_0 = \frac{2U_y}{g}$.

Так как $U_y = \frac{v}{\sqrt{3}}$, то $t_0 = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \frac{v}{g} \approx 0,6 \text{ с}$.

Всего 14 баллов

2. Максимальное количество капель, попавших в отверстие шара, ограничивается его объемом:

$$n_1 = \frac{(\frac{4}{3})\pi R^3}{(\frac{4}{3})\pi r^3} = \left(\frac{R}{r}\right)^3 = 1,25 \cdot 10^5 \quad (2)$$

балла)

Заряд, накапливающийся в шаре по мере падения капель, отталкивает вновь падающие капли.

Обозначим через $Q = n_2 q$ заряд шара, здесь n_2 – число капель, попавших в шар. (1 балл)

Запишем закон сохранения энергии:

$$mgh + k \frac{qQ}{R+h} = \frac{mv^2}{2} + k \frac{qQ}{R}, \text{ где } m = \left(\frac{4}{3}\pi r^3 \rho\right) - \text{масса капли, } \rho = 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} - \text{плотность}$$

воды, v – скорость капли при попадании в отверстие шара $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$. (3 балла)

Когда Q_0 максимален, скорость $v=0$, и тогда

$$mgh + k \frac{qQ_0}{R+h} = k \frac{qQ_0}{R}$$

Отсюда получаем $Q_0 = \frac{mgR(R+h)}{kq} \approx 1,9 \cdot 10^{-6} \text{ Кл}$. (4 балла)

Проверим, уместятся ли в шаре все капли, несущие такой заряд:

$$n_{2\text{max}} = \frac{mgR(R+h)}{kq^2} \approx 1,06 \cdot 10^5 < n_1. \quad (2 \text{ балла})$$

Всего 14 баллов

3. Весь газ перетечет в сосуд 2. Закон сохранения энергии (первый закон термодинамики) можно записать в виде

$$\frac{3}{2} \nu R(T - T_0) = MgH_0 - mgH + \frac{\nu \mu g}{2} (H_0 - H). \quad (4 \text{ балла})$$

До открытия крана (в левом сосуде) $p_0 = \frac{Mg}{S}$; $V_0 = SH_0$ (1 балл)

Тогда уравнение Менделеева-Клапейрона запишется в виде

$$MgH_0 = \nu RT_0 \Rightarrow gH_0 = \frac{\nu}{M} RT_0. \quad (2 \text{ балла})$$

После открытия крана $gH = \frac{\nu}{m} RT$. (1 балл)

Подставляя это выражение в закон сохранения энергии, получим $\frac{3}{2} \nu R(T - T_0) +$

$$\frac{\nu \mu}{2} \left(\frac{\nu}{M} RT_0 - \frac{\nu}{m} RT \right) \Rightarrow T = T_0 \frac{1 + \frac{\nu \mu}{M}}{1 + \frac{2\nu \mu}{M}} = 0,98T_0. \quad (2 \text{ балла})$$

Всего 10 баллов

4. Предположим, что расстояние между рельсами $AD=OC=b$, начальное расстояние между перемычками $AO=DC=l_0$ (1 балл)

